

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ  
МИНИСТЕРСТВО ИМУЩЕСТВЕННЫХ ОТНОШЕНИЙ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ

Государственное бюджетное нетиповое  
общеобразовательное учреждение Самарской области  
«Академия для одаренных детей (Наяновой)»

Рассмотрено на заседании  
учебно-методического  
совета  
«16» июня 2022,  
протокол № 3

Председатель УМО  
Л.В.Левченко/

Проверено

Руководитель учебно-  
методического управления  
А.В. Синицкий/  
«16» июне 2022

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор

М.В. Наянова  
Приказ от 17 июня 2022  
№ 459



**Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа  
«Решение задач повышенной сложности (математика)»**

**Направленность: естественнонаучная**

Возраст: 16-17 лет  
Срок реализации: 1 год

Разработал:  
учитель математики  
Соколова Н.В.

Самара – 2022

## **Оглавление**

	<b>стр</b>
Пояснительная записка	3
Учебно-тематический план	7
Содержание	12
Методическое обеспечение	13
Список литературы	14
Приложение «Календарно-тематический план» (Календарный учебный график)	15

## **Пояснительная записка**

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Решение задач повышенной сложности (математика)» реализует естественнонаучную направленность.

### **Актуальность программы**

В 21 веке - веке новых технологий, все больше специальностей требует высокого уровня образования, связанного с непосредственным применением математики. Математические методы исследования используются в различных областях знаний (экономика, бизнес, финансы, техника, информатика, психология и другие). Таким образом, расширяется круг школьников, для которых математика становится профессионально значимым предметом.

**Новизна (или отличительные особенности)** данной программы заключается в том, что она является предметно-ориентированной и предназначена для расширения теоретических и практических знаний учащихся 11 класса, углубления математических знаний, расширения круга математических вопросов, которые не изучаются в школьном курсе. Каждое занятие, а также все они в целом направлены на то, чтобы развить интерес обучающихся к предмету, расширение математического кругозора, совершенствование техники решения сложных заданий. В рамках данной программы учащиеся знакомятся с математикой как с общекультурной ценностью, инструментом познания окружающего мира и самого себя.

**Педагогическая целесообразность** программы обеспечивается активной познавательной деятельностью подростка. В реализации программы используется система принципов, которая позволяет удовлетворять познавательные потребности каждого ребенка в соответствии с его интеллектуальными способностями и возможностями.

**Цель изучения дополнительной образовательной программы** - формирование логического мышления и пространственных представлений обучающихся через обучение их решению математических задач.

### **Задачи:**

#### **обучающие:**

- обобщить и систематизировать основные методы решения иррациональных, логарифмических и показательных уравнений и неравенств;
- познакомить учащихся с некоторыми нестандартными методами решения уравнений и неравенств;

- показать, как весьма сложные задачи «расщепляются» на более простые, базовые задачи;

**развивающие:**

- развивать познавательные навыки обучающихся, умения ориентироваться в информационном пространстве, навыки самостоятельного поиска направления и методов решения проблемы;
- создать условия для подготовки к успешной сдаче экзаменов и для продолжения образования;
- развивать волю и внимание;

**воспитательные:**

- воспитывать самостоятельность в обучении.

**Срок реализации программы:** 1 год

**Режим занятий:** 34 часа в год, 1 час в неделю

**Форма обучения:** очная

**Формы занятий:**

- Лекция
- Практикум
- Семинар

По числу участников: индивидуальная, групповая.

**Ожидаемые результаты**

**Предметные результаты**

В результате изучения дополнительной образовательной программы обучающийся получит возможность научиться:

- точно и грамотно формулировать изученные теоретические положения и излагать собственные рассуждения при решении задач, правильно пользоваться математической символикой и терминологией;
- решать задачи обязательного и повышенного уровня сложности;
- применять рациональные приемы тождественных преобразований;
- понимать значение параметра и модуля числа;
- алгоритмам решений задач с модулями и параметрами, различным приёмам при решении тригонометрических, иррациональных, показательных и комбинированных уравнений и систем уравнений;
- применять различные приёмы при решении рациональных, иррациональных, показательных и комбинированных уравнений;
- применять нестандартные приемы и методы решения уравнений и неравенств.

## **Метапредметные результаты**

### **Регулятивные УУД**

Обучающийся научится:

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты.

### **Познавательные УУД**

Обучающийся научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

### **Коммуникативные УУД**

Обучающийся научится:

- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

## **Личностные результаты**

Обучающийся научится:

- выстраивать мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;
- выработать мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки, значимости науки, готовности к научно-техническому творчеству, владению достоверной информации о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованности в научных знаниях об устройстве мира и общества.

## **Критерии и способы определения результативности**

<b>Критерий</b>	<b>Показатель</b>	<b>Методика</b>
Сформированность познавательного потенциала личности обучающегося	Освоение обучающимися образовательной программы	Статистический анализ текущей и итоговой аттестации
	Познавательная активность обучающихся	Методика изучения развития познавательных процессов личности ребенка
	Сформированность учебной деятельности	Педагогическое наблюдение

## **Формы подведения итогов реализации дополнительной образовательной программы**

- Защита проекта

Защита проекта может проводиться как в очном, так и в дистанционном формате.

## Учебно-тематический план

№ п\п	Тема занятия	Всего часов	Количество часов		Форма аттестации / контроля
			теория	практика	
	<b>Раздел I. Нестандартные методы решения алгебраических уравнений.</b>	8	4	4	
1.	Умножение уравнения на функцию.	1	1		Устный опрос
2.	Использование симметричности уравнения.	1	1		Устный опрос
3.	Использование суперпозиции функций.	1	1		Устный опрос
4.	Исследование уравнения на промежутках действительной оси.	1	1		Устный опрос
5.	Решение уравнений вида $(x + \alpha)^4 + (x + \beta)^4 = c$ . Решение уравнений вида $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)(x - \delta) = -A$ .	1		1	Решение задач
6.	Решение уравнений вида $(ax^2 + b_1x + c)(ax^2 + b_2x + c) = Ax^2$	1		1	Решение задач

7.	Решение уравнений вида $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)(x - \delta) = Ax^2$	1		1	Решение задач
8.	Зачет по теме «Нестандартные методы решения алгебраических уравнений».	1		1	Решение задач
	<b>Раздел II. Уравнения и неравенства, содержащие радикалы, степени, логарифмы и модули.</b>	15	4,5	10,5	
	<i>2.1. Иррациональные уравнения.</i>	5	1,5	3,5	
9.	Возведение в степень. Решение уравнений вида $= h(x)$ .	1	0,5	0,5	Устный опрос Решение задач
10.	Решение уравнений вида $= h(x)$ .	1		1	Решение задач
11.	Умножение уравнения на функцию.	1		1	Решение задач
12.	Сведение решения иррационального уравнения к решению тригонометрического уравнения.	1	1		Устный опрос
13.	Тест по теме «Решение иррациональных уравнений».	1		1	Тест

	<i>2.2. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства повышенной сложности.</i>	5	2	3	
14.	Уравнения, содержащие неизвестную в основании логарифма. Переход к числовому основанию.	1	1		Устный опрос
15.	Уравнения вида $\log_{f(x)} h(x) = \log_{f(x)} g(x)$ , $\log_{f(x)} h(x) = \log_{g(x)} h(x)$ .	1		1	Решение задач
16.	Решение неравенств, содержащих неизвестную в основании логарифма.	1		1	Решение задач
17.	Неравенства вида $\log_{f(x)} h(x) \log_{f(x)} g(x)$ .	1	1		Устный опрос
18.	Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени.	1		1	Решение задач
	<i>2.3. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную под знаком абсолютной величины.</i>	5	1	4	

19.	Раскрытие знаков модулей. Уравнения вида $  f(x)   = g(x)$ .	1	1		Устный опрос
20.	Неравенства вида $  f(x)   \leq g(x)$	1		1	Решение задач
21.	Неравенства вида $  f(x)   > g(x)$ .	1		1	Решение задач
22.	Уравнения и неравенства вида $  f(x)   =   g(x)  $ , $  f(x)   <   g(x)  $ .	1		1	Решение задач
23.	Зачет по теме «Уравнения и неравенства, содержащие радикалы, степени, логарифмы и модули».	1		1	Зачет
	<b>Раздел 3. Решение уравнений и неравенств с использованием свойств, входящих в них функций.</b>	9	3	6	
24.	Использование ОДЗ.	1		1	Решение задач
25.	Использование ограниченности функции.	1		1	Решение задач
26.	Использование монотонности функции.	1		1	Решение задач

27.	Использование графиков функций.	1		1	Решение задач
28.	Метод интервалов для непрерывных функций.	1	1		Устный опрос
29.	Применение производной при решении уравнений и неравенств.	1	1		Устный опрос
30.	Применение теоремы Лагранжа.	1	1		Устный опрос
31.	Решение нестандартных уравнений и неравенств из ЕГЭ.	1		1	Решение задач
32.	Решение комбинированных уравнений и их систем.	1		1	Решение задач
33-34.	<b>Проект «Математика в литературе и литература в математике».</b>	2		2	Защита проекта

**СОДЕРЖАНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ  
ПРОГРАММЫ**  
**«Решение задач повышенной сложности (математика)»**  
**11 класс (34 часа, 1 час в неделю)**

**Раздел 1. Нестандартные методы решения алгебраических уравнений (8ч)**

Теория. Умножение уравнения на функцию. Использование симметричности уравнения. Использование суперпозиции функций. Исследование уравнения на промежутках действительной оси. Понижение степени при решении некоторых алгебраических уравнений.

Практика. Решение уравнений. Решение задач. Зачет.

**Раздел 2. Уравнения и неравенства, содержащие радикалы, степени, логарифмы и модули (15ч)**

Теория. Возведение в степень при решении иррациональных уравнений, умножение на функцию. Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную в основании логарифма. Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и показателе степени. Решение уравнений и неравенств, содержащих неизвестную под знаком абсолютной величины.

Практика. Решение уравнений. Решение задач. Тест. Зачет.

**Раздел 3. Решение уравнений и неравенств с использованием свойств, входящих в них функций (9ч)**

Теория. Использование ОДЗ. Использование ограниченности и монотонности функции. Использование графиков функций. Метод интервалов для непрерывных функций. Применение производной при решении уравнений и неравенств. Теорема Лагранжа. Решение нестандартных уравнений и неравенств из ЕГЭ. Решение комбинированных уравнений и их систем.

Практика. Решение уравнений. Решение задач. Защита проекта “Математика в литературе и литература в математике”.

## **МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Во время лекции учителя с обучающимися по каждой из рассматриваемых тем устанавливается теоретический минимум, позволяющий вспомнить основные понятия, определения, свойства функций, которые используются при решении задач, вырабатываются и обсуждаются общие подходы к поиску решения задач, углубляются и обобщаются знания по некоторым разделам алгебры и математического анализа.

Самостоятельная работа обучающихся предполагает дифференцированный подход к выбору задач и способов их решения (раздаточный разноуровневый дидактический материал). Учитывая неоднородность группы и индивидуальные особенности обучающихся, ребята могут самостоятельно выбирать уровень решаемых задач и постепенно переходить от одного уровня сложности к другому. Консультации и контроль со стороны учителя позволят сделать этот выбор в соответствии с зоной ближайшего развития обучающегося, создадут ощущение успешности и комфорта. Каждая самостоятельная работа обучающихся предполагает контроль и коррекцию достижения планируемых результатов.

- Дидактический материал;
- Методические разработки;
- Таблицы и схемы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Азаров А.И., Булатов В.И., Федосенко В.С., Шибут А.С. «Методы решения тригонометрических задач», Минск, 2007 г;
2. Азаров А.И., Барвенов С.А. «Методы решения алгебраических уравнений, неравенств и систем» - Минск, 2007г;
1. Василенко Л.А. «Решение нестандартных задач по математике», Педагогическое сообщество, 2012 г.
3. Голубев В.И. «Решение сложных и нестандартных задач по математике», Москва, изд-во «Илекса», 2010 г;
4. Ершова А.П., Голобородько В.В.. Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и началам анализа для 10-11 классов. Разноуровневые дидактические материалы. – М.: Илекса, 2019 г.
5. Кремер Н.Ш. « Лекции и практикум по высшей математике» - Москва, ЮНИТИ, 2012 г;
6. Панферов В.С., Сергеев И.Н. «Отличник ЕГЭ. Математика, Решение сложных задач», ФИПИ - М.: Интеллект-Центр, 2018;
7. Письменный Д.Т. «Конспект лекций по высшей математике» (часть первая и вторая) – Москва, изд-во «Айрис-пресс», 2010 г;
8. Семенов А.Л., Ященко И.В. «ЕГЭ 2011. Математика. Сборник тренировочных работ» - М.: МЦНМО, 2011г.;
9. Шабунин М.И. «Задачи физико-математических олимпиад и письменных вступительных экзаменов по математике в МФТИ (ГУ)» - М.: МФТИ, 2011 г.;
- 10.Шахмейстер А.Х. «Математика. Элективный курс. Системы уравнений», МЦНМО, Петроглиф, Виктория Плюс, 2011;
- 11.Шахмейстер А.Х. «Математика. Элективный курс. Уравнения», МЦНМО, Петроглиф, Виктория Плюс, 2011.

### *Образовательные ресурсы сети Интернет*

- 12.Платформа с материалами ЕГЭ [Электронный ресурс] // [сайт] URL:<http://ege.edu.ru> (дата обращения: 09.08.2021).
- 13.Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов. [Электронный ресурс] // [сайт] URL:<http://school-collection.edu.ru/> (дата обращения: 09.08.2021).

Приложение

**КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН**

№	Название темы/раздела	Сроки реализации	Количество часов	Время проведения занятия	Форма занятия	Место проведения	Форма контроля
1.	Умножение уравнения на функцию.	сентябрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Устный опрос
2.	Использование симметричности уравнения.	сентябрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Устный опрос
3.	Использование суперпозиции функций.	сентябрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Устный опрос
4.	Исследование уравнения на промежутках действительной оси.	сентябрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Устный опрос
5.	Решение уравнений вида $(x + \alpha)^4 + (x + \beta)^4 = c$ . Решение уравнений вида $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)(x - \delta) = -A$ .	октябрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач

6.	Решение уравнений вида $(ax^2 + b_1x + c)(ax^2 + b_2x + c) = Ax^2$	октябрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
7.	Решение уравнений вида $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)(x - \delta) = Ax^2$	октябрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
8.	Зачет по теме «Нестандартные методы решения алгебраических уравнений».	октябрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
9.	Возведение в степень.  Решение уравнений вида $= h(x)$ .	ноябрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Устный опрос  Решение задач
10.	Решение уравнений вида $= h(x)$ .	ноябрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
11.	Умножение уравнения на функцию.	ноябрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
12.	Сведение решения иррационального уравнения к решению тригонометрического уравнения.	ноябрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Устный опрос

13.	Тест по теме «Решение иррациональных уравнений».	декабрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Тест
14.	Уравнения, содержащие неизвестную в основании логарифма. Переход к числовому основанию.	декабрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Устный опрос
15.	Уравнения вида $\log_{f(x)} h(x) = \log_{f(x)} g(x)$ , $\log_{f(x)} h(x) = \log_{g(x)} h(x)$ .	декабрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
16.	Решение неравенств, содержащих неизвестную в основании логарифма.	декабрь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
17.	Неравенства вида $\log_{f(x)} h(x) \log_{f(x)} g(x)$ .	январь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Устный опрос
18.	Уравнения и неравенства, содержащие неизвестную в основании и	январь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач

	показателе степени.						
19.	Раскрытие знаков модулей. Уравнения вида $  f(x)   = g(x)$ .	январь	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Устный опрос
20.	Неравенства вида $  f(x)   \leq g(x)$ .	февраль	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
21.	Неравенства вида $  f(x)   \geq g(x)$ .	февраль	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
22.	Уравнения и неравенства вида $  f(x)   =   g(x)  $ , $  f(x)   <   g(x)  $ .	февраль	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
23.	Зачет по теме «Уравнения и неравенства, содержащие радикалы, степени, логарифмы и модули».	февраль	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Зачет
24.	Использование ОДЗ.	март	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач

25.	Использование ограниченности функции.	март	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
26.	Использование монотонности функции.	март	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
27.	Использование графиков функции.	апрель	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
28.	Метод интервалов для непрерывных функций.	апрель	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Устный опрос
29.	Применение производной при решении уравнений и неравенств.	апрель	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Устный опрос
30.	Применение теоремы Лагранжа.	апрель	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Устный опрос
31.	Решение нестандартных уравнений и неравенств из ЕГЭ.	май	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач

32.	Решение комбинированных уравнений и их систем.	май	1	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Решение задач
33-34.	Проект «Математика в литературе и литература в математике».	май	2	В соответствии с режимом работы объединений ДО, утвержденным на новый учебный год	очно	Учебный класс	Защита проекта